

النسب المثلثية لضعف الزاوية

إذا كان s قياس زاوية معلومة فإنه يمكن إيجاد النسب المثلثية لضعف الزاوية (س) أي $2s$ ، جتا $2s$ ، ظا $2s$ ، ... كالتالي:
قوانين النسب المثلثية لضعف الزاوية:

$$\text{جا } 2s = 2 \text{ جا } s \text{ جتا } s, \text{ صا } 2s \in \text{ح} \leftarrow (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{جتا } 2s &= \text{جتا } s - \text{جا } s \\ 2 &= \text{جتا } s - 1 \\ 2 - 1 &= \text{جا } s \end{aligned} \right\} \text{صا } 2s \in \text{ح} \leftarrow (2)$$

$$\text{ظا } 2s = \frac{2 \text{ ظا } s}{1 - \text{ظا } s^2}, \text{ ظا } s \neq \pm 1 \leftarrow (3)$$

من خلال القوانين السابقة يمكن استنتاج القوانين التالية:

$$\text{جاس} = \pm \sqrt{\frac{1 - \text{جتا}^2 \text{س}}{2}} \leftarrow (4)$$

$$\text{جتاس} = \pm \sqrt{\frac{1 + \text{جتا}^2 \text{س}}{2}} \leftarrow (5)$$

$$\text{ظاس} = \pm \sqrt{\frac{1 - \text{جتا}^2 \text{س}}{1 + \text{جتا}^2 \text{س}}} \leftarrow (6)$$

حيث أن $\text{جتا}^2 \text{س} \neq 1$

$$\text{جا} \frac{\text{س}}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \text{جتاس}}{2}} \Leftrightarrow \text{جا}^2 \frac{\text{س}}{2} = \frac{1}{2} (1 - \text{جتاس})$$

$$\text{جتا} \frac{\text{س}}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \text{جتاس}}{2}} \Leftrightarrow \text{جتا}^2 \frac{\text{س}}{2} = \frac{1}{2} (1 + \text{جتاس})$$

$$\text{ظا} \frac{\text{س}}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \text{جتاس}}{1 + \text{جتاس}}} \Leftrightarrow \text{ظا}^2 \frac{\text{س}}{2} = \frac{1 - \text{جتاس}}{1 + \text{جتاس}}$$

وهذه تمثل قوانين النسب المثلثية لنصف الزاوية.

ومن خلال العلاقات ١ ، ٢ ، ٣ يمكن الاستنتاج.

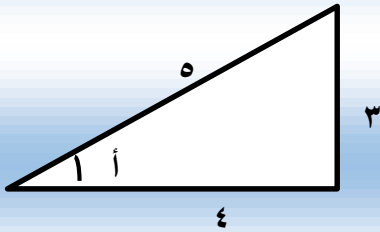
$$\text{جاس} = 2 \text{ جا} \frac{\text{س}}{2} \text{ جتا} \frac{\text{س}}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{جتاس} = \text{جتا}^2 \frac{\text{س}}{2} - \text{جا}^2 \frac{\text{س}}{2} \\ 2 \text{ جتا}^2 \frac{\text{س}}{2} - 1 \\ 1 - 2 \text{ جا}^2 \frac{\text{س}}{2} \end{array} \right\}$$

$$\frac{\frac{2}{\text{ظا}^2}}{\frac{2}{\text{ظا}^2} - 2} = \text{ظاس}$$

مثال ١

إذا كان ج أ = $\frac{3}{5}$ ، أ $\in [0, \frac{\pi}{2}]$ ، فأوجد قيمة كل من : ج أ، ج أ



ج أ، ظ أ

الحل

$$\text{ج أ} = \frac{3}{5}, \text{ ج أ} = \frac{4}{5}, \text{ ظ أ} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{ج أ} = \frac{3}{5} \times 2 = \frac{6}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{24}{20}$$

$$\text{ج أ} = \frac{3}{5} \times 2 = \frac{6}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{24}{20}$$

$$\frac{7}{20} = \frac{20}{20} - \frac{32}{20} =$$

$$\frac{24}{7} = \frac{\frac{6}{4}}{\frac{9-16}{16}} = \frac{\frac{3}{4} \times 2}{\frac{3}{4} - 1} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{4} - 1} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{4} - \frac{4}{4}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3-4}{4}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{-1}{4}} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{-1} = \frac{12}{-1} = -12$$

$$\text{حل آخر ظ أ} = \frac{24}{7} = \frac{20}{7} = \frac{12}{7} = \frac{12}{7}$$

مثال ۲

: أثبت أن : ظا^٢س = $\frac{٢-}{\text{ظا}+\text{ظتاس}}$

الحل

[illegible]

الطرف الأيمن

حل آخر

$$\frac{۲}{\text{ظتاس-ظاس}} = \frac{\text{۲ جاس}}{\text{جتا۲س-جا۲س}} = \frac{\text{۲ جاس}}{\text{جتا۲س-جا۲س}} =$$

$$\text{الطرف الأيسر} = \frac{٢-}{\text{ظاس}-\text{ظتاس}} = \frac{٢}{(\text{ظاس}-\text{ظتاس})} =$$