

النسب المثلثية لزاوية بدلالة ظل نصف الزاوية

يمكن إيجاد النسب المثلثية (جاس ، جتاس ، ظاس) بدلالة ظل نصف الزاوية من القوانين التالية:-

$$(1) \text{ جاس} = \frac{\frac{\text{ظاس}}{2}}{\frac{\text{ظاس}}{2} + 1}$$

$$(2) \text{ جتاس} = \frac{\frac{\text{ظاس}}{2} - 1}{\frac{\text{ظاس}}{2} + 1}$$

$$(3) \text{ ظاس} = \frac{\frac{\text{ظاس}}{2}}{\frac{\text{ظاس}}{2} - 1}, \text{ ظاس} \neq \frac{\text{ظاس}}{2} \neq 1$$

مثال ١:

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة كل من:

$$(1) \frac{\pi^2 \text{ ظا} - 1}{8} \quad (2) \frac{\pi^2 \text{ ظا} + 1}{12}$$

$$(3) \frac{(\pi^2 \text{ ظا} + 1)^2}{(\pi^2 \text{ ظا} + 1)}$$

الحل

$$(1) \frac{\pi^2 \text{ ظا} - 1}{8} = \text{جتا} \left(\frac{\pi}{8} \times 2 \right) = \text{جتا} \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(2) \frac{\pi^2 \text{ ظا} + 1}{12} = \text{ظا} \left(\frac{\pi}{12} \times 2 \right) = \text{ظا} \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$(3) \frac{(\pi^2 \text{ ظا} + 1)^2}{(\pi^2 \text{ ظا} + 1)} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} =$$

مثال ٢:

إذا كان ظاً = $\frac{3-}{4}$ حيث أن $\frac{\pi^3}{2} > أ > \pi$ فأوجد قيمة : جا ٢أ ،
جتا (٢أ - π^3) ، ظا (٢أ + π) .

الحل

$$(1) \text{ جا } ٢أ = \frac{٢٤-}{٢٥} = \frac{٨ \times ٣-}{٢٥} = \frac{\frac{٣-}{2}}{\frac{٢٥}{16}} = \frac{(\frac{٣-}{4})^2}{2(\frac{٣-}{4})+1} = \frac{٢\text{ظا}}{١٢\text{ظا}+1}$$

$$(2) \text{ جتا } (٢أ - \pi^3) = \text{جتا } (٢أ - \pi) = \frac{٧-}{٢٥} = \frac{\frac{٧-}{16}}{\frac{٩+16}{16}} = \frac{2(\frac{٣-}{4})-1}{2(\frac{٣-}{4})+1} = \frac{٢\text{ظا}-1}{١٢\text{ظا}+1}$$

$$(3) \text{ ظا } (٢أ + \pi) = \text{ظا } ٢أ = \frac{\frac{٣-}{4} \times 2}{2(\frac{٣-}{4})-1} = \frac{٢\text{ظا}}{١٢\text{ظا}-1}$$

$$\frac{٢٤-}{٧} = \frac{٨ \times ٣-}{٧} = \frac{\frac{٣-}{2}}{\frac{٩-16}{16}} =$$

مثال ٣:

إذا علمت أن

$$\text{جنا} + ٢ \text{ جا أ} = ١ \text{ فأوجد}$$

$$\frac{١}{٢} \text{ ظا} \text{ ثم أوجد جا أ ، جنا أ ، ظا أ}$$

الحل

$$\text{جنا} + ٢ \text{ جا أ} = ١$$

$$١ = \frac{\frac{١}{٢} \text{ ظا}^٢}{\frac{١}{٢} \text{ ظا}^٢ + ١} \times ٢ + \frac{\frac{١}{٢} \text{ ظا}^٢ - ١}{\frac{١}{٢} \text{ ظا}^٢ + ١} \quad \text{بضرب طرفي المعادلة} \times (١ + \frac{١}{٢} \text{ ظا}^٢) \Leftarrow$$

$$١ = \frac{١}{٢} \text{ ظا}^٢ - ١ + \frac{١}{٢} \text{ ظا}^٢ + ١ = \frac{١}{٢} \text{ ظا}^٢ + ١$$

$$٠ = \frac{١}{٢} \text{ ظا}^٢ - \frac{١}{٢} \text{ ظا}^٢ + \frac{١}{٢} \text{ ظا}^٢ - \frac{١}{٢} \text{ ظا}^٢$$

$$\Leftarrow \frac{١}{٢} \text{ ظا}^٢ - \frac{١}{٢} \text{ ظا}^٢ = ٠$$

$$\div (-٢) \Leftarrow \frac{١}{٢} \text{ ظا}^٢ - \frac{١}{٢} \text{ ظا}^٢ = ٠ \Leftarrow \frac{١}{٢} \text{ ظا}^٢ (٢ - ١) = ٠$$

وزارة التربية والتعليم
قطاع المناهج والتوجيه
الإدارة العامة للتعليم الإلكتروني

0 = أو ظا $\frac{1}{2}$



الإدارة العامة للتعليم الإلكتروني
GENERAL DIRECTORATE OF E-LEARNING

$$2 = \text{اما } \frac{1}{2} = 0 \text{ او } \frac{1}{2} \text{ ظا} = 2$$

أولاً: في حالة $\frac{1}{2} \text{ ظا} = 0$

$$\Leftarrow \text{جا أ} = \frac{\frac{1}{2} \text{ ظا}^2}{\frac{1}{2} \text{ ظا}^2 + 1} = \frac{0 \times 2}{0 + 1} = \text{صفر}$$

$$* \text{جتا أ} = \frac{\frac{1}{2} \text{ ظا}^2 - 1}{\frac{1}{2} \text{ ظا}^2 + 1} = \frac{0 - 1}{0 + 1} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$* \text{ظا أ} = \frac{\frac{1}{2} \text{ ظا}^2}{\frac{1}{2} \text{ ظا}^2 - 1} = \frac{0 \times 2}{0 - 1} = \frac{0}{-1} = 0$$

ثانياً: في حالة $\frac{1}{2} \text{ ظا} = 2$

$$\text{جا أ} = \frac{\frac{1}{2} \text{ ظا}^2}{\frac{1}{2} \text{ ظا}^2 + 1} = \frac{2 \times 2}{2 + 1} = \frac{4}{5}$$

$$\text{جتا أ} = \frac{\frac{1}{2} \text{ ظا}^2 + 1}{\frac{1}{2} \text{ ظا}^2 + 1} = \frac{2 + 1}{2 + 1} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{\frac{4}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{4}{3} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{\text{جا}}{\text{جنا}} = \text{أو ظا أ}$$